

Početní část

1. Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (2 + \cos x)^{\cotan^2 x} \quad (6 \text{ bodů}).$$

2. Spočtěte

$$\int \frac{2 + \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x} dx \quad (8 \text{ bodů}).$$

3. (a) Spočtěte Taylorův polynom 5. stupně se středem v bodě 0 funkcí $\sin(\sin x)$, xe^{-x^2} a $x \cos^2 x$.

(b) Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \sin(\sin x)}{x(e^{-x^2} - \cos^2 x)}$$

víte-li, že $\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5)$, $x \rightarrow 0$ (8 bodů).

4. Vyšetřete průběh (definiční obor, obor hodnot, limity v krajních bodech, spojitost, derivaci (včetně jednostranných derivací a případně limit derivací v krajních bodech), monotonii, lokální a globální extrémy, druhou derivaci, konvexitu, konkavitu, inflexní body, asymptoty, obrázek) funkce

$$f(x) = |x| + \arctan|x+1| \quad (14 \text{ bodů}).$$